SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

SEMESTRAL

UNI

academiacesarvallejo.edu.pe

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ARITMÉTICA

Tema: DIVISIBILIDAD II

Docente: Ramiro Díaz Vásquez

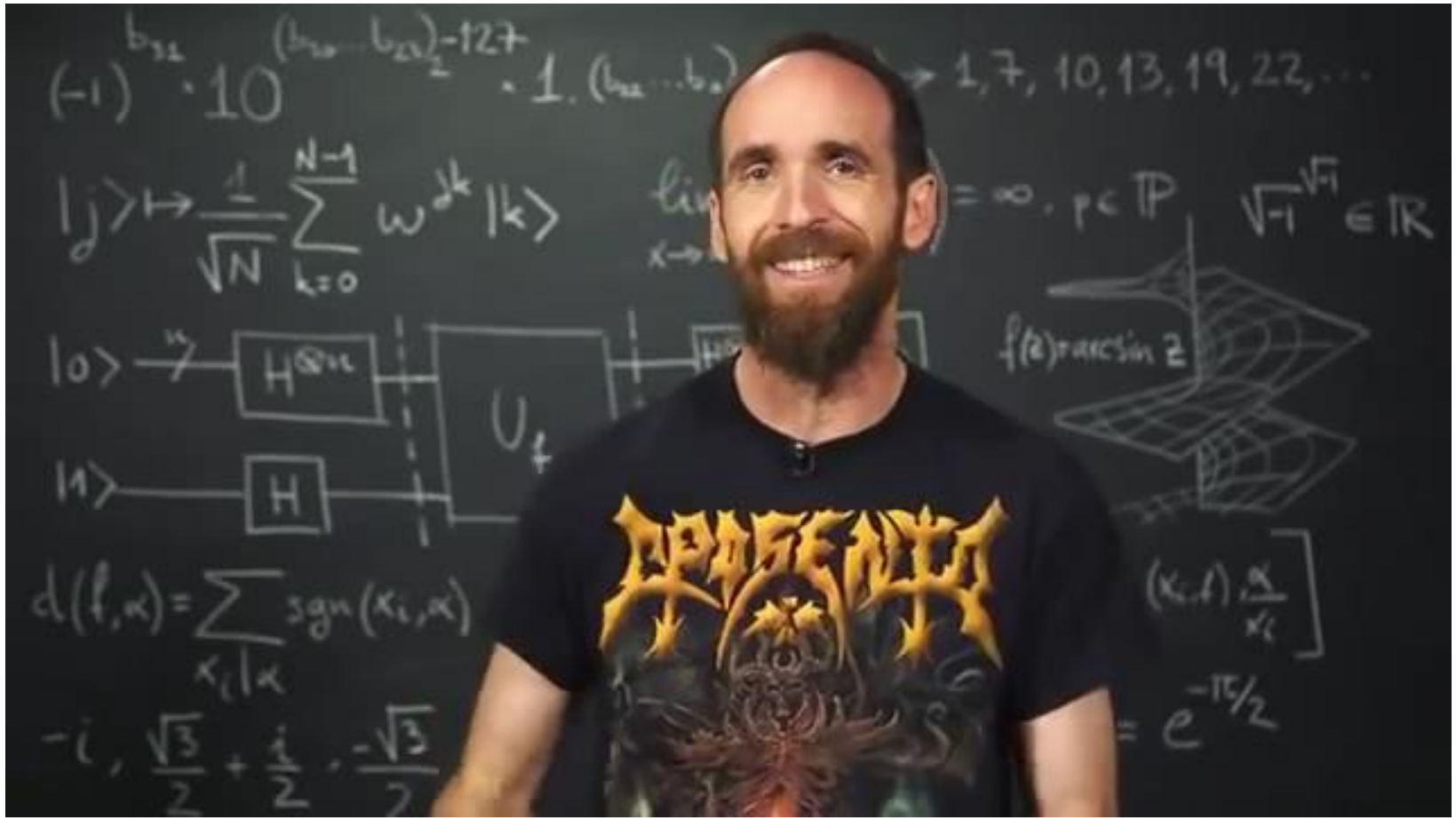
OBJETIVOS

1. Aplicar la divisibilidad en la resolución de ecuaciones diofanticas.
2. Recordar los restos potenciales.
3. Recordar los criterios de divisibilidad.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

INTRODUCCIÓN

¿Era Gauss tan bueno? – El príncipe de las matemáticas.



Ecuaciones diofánticas:

Son aquellas ecuaciones cuyas constantes son números enteros y cuyas variables (incógnitas) también representan números enteros. En particular trataremos ecuaciones lineales de hasta con tres incógnitas.

Son de la forma:

$$Ax + By + Cz = D$$

Donde:

$$A; B; C; D; x; y; z \ \ son\ números\ enteros$$

Aplicación 1:

Luís es un comerciante y desea adquirir dos prendas de vestir cuyos costos son S/31 y S/13 cada una. Si quiere invertir S/ 1320 en la compra, ¿con cuantas opciones de compra contará Luís?. Considere que invierte todo su dinero.

Resolución:

Cantidad de prendas	a	b
Precio unitario	31	13

Por condición: $31a + 13b = 1320$

Por conveniencia tomamos módulo 13:

$$(\overset{o}{13} + 5)a + \overset{o}{13} = \overset{o}{13} + 7$$

$$5a = \overset{o}{13} + 7 \ +13$$

$$a = \overset{o}{13} + 4$$

Luego: $31a + 13b = 1320$

a	b	
4	92	3 casos
17	61	
30	30	

Respuesta: 3 opciones

Restos potenciales:

Son los diferentes residuos positivos que se obtiene al analizar las potencias consecutivas de un número entero positivo, con respecto a cierto módulo.

Ejemplo:

Evaluaremos los restos potenciales de 4 respecto al módulo 7:

$$4^0 = \overset{o}{7} + 1$$
$$4^1 = \overset{o}{7} + 4$$
$$4^2 = \overset{o}{7} + 2$$

$g = 3$

Gaussiano

$$4^3 = \overset{o}{7} + 1$$
$$4^4 = \overset{o}{7} + 4$$
$$4^5 = \overset{o}{7} + 2$$

$g = 3$

$$4^6 = \overset{o}{7} + 1$$
$$4^7 = \overset{o}{7} + 4$$
$$\vdots$$

Se puede concluir:

$$4^{3k} = \overset{o}{7} + 1$$
$$4^{3k+1} = \overset{o}{7} + 4$$
$$4^{3k+2} = \overset{o}{7} + 2$$

Entonces, se puede afirmar que:

$$4^{752} = 4^{3(250)+2}$$
$$= 4^{3k+2}$$
$$= \overset{o}{7} + 2$$

$$4^{901} = 4^{3(300)+1}$$
$$= 4^{3k+1}$$
$$= \overset{o}{7} + 4$$

$$4^{630} = 4^{3(210)}$$
$$= 4^{3k}$$
$$= \overset{o}{7} + 1$$

Los restos potenciales permiten poder establecer los llamados criterios de divisibilidad que se verán posteriormente.

Aplicación 2:

Determinar la suma del mínimo y máximo valor que puede tomar el numeral $\overline{abc}$, si se sabe que:

$$49855^{\overline{abc}} = \overset{o}{11} + 5$$

Resolución:

Piden: La suma del mínimo y máximo valor de $\overline{abc}$.

Analizando: $49855 = \overset{o}{11} + 3$

Observando los restos potenciales de 3 respecto al módulo 11:

$$3^0 = \overset{o}{11} + 1$$
$$3^1 = \overset{o}{11} + 3$$
$$3^2 = \overset{o}{11} + 9$$
$$3^3 = \overset{o}{11} + 5$$
$$3^4 = \overset{o}{11} + 4$$

$$3^5 = \overset{o}{11} + 1$$
$$3^6 = \overset{o}{11} + 3$$
$$\vdots$$

Luego: $g = 5$

Entonces:

$$3^{5k} = \overset{o}{11} + 1$$
$$3^{5k+1} = \overset{o}{11} + 3$$
$$3^{5k+2} = \overset{o}{11} + 9$$
$$3^{5k+3} = \overset{o}{11} + 5$$
$$3^{5k+4} = \overset{o}{11} + 4$$

Por lo que:

$$\overline{abc} = 5k + 3$$

$$\overline{abc}_{Mínimo} = 103$$
$$\overline{abc}_{Máximo} = 998$$

$$Suma: 1101$$

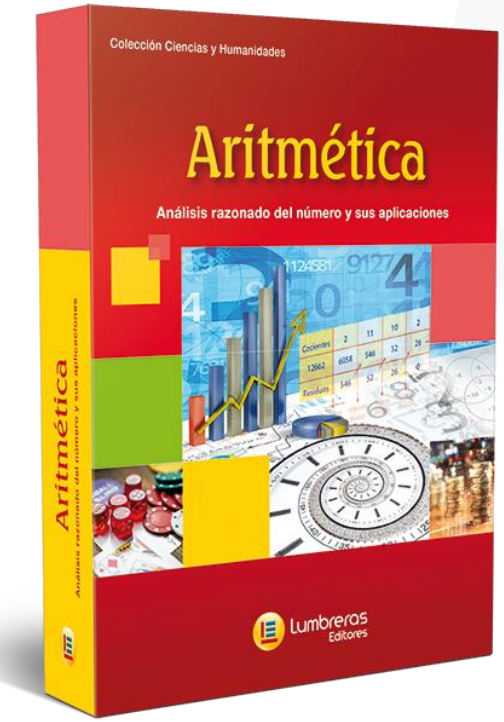
Respuesta: 1101

Criterios de divisibilidad:

$\overset{o}{2}$	$\overline{abcd} = \overset{o}{2} + d$
$\overset{o}{4}$	$\overline{abcd} = \overset{o}{4} + \overline{de}$
$\overset{o}{8}$	$\overline{abcd} = \overset{o}{8} + \overline{cde}$ $\quad 4c + 2d + e = 8$
$\overset{o}{5}$	$\overline{abcdef} = \overset{o}{5} + f$ $\quad f \in \{0; 5\}$
$\overline{\overset{o}{25}}$	$\overline{abcdef} = \overline{\overset{o}{25}} + \overline{ef}$
$\overline{\overset{o}{125}}$	$\overline{abcdef} = \overline{\overset{o}{125}} + \overline{def}$
$\overset{o}{3}$	$\overline{abcde} = \overset{o}{3} + a + b + c + d + e$
$\overset{o}{9}$	$\overline{abcde} = \overset{o}{9} + a + b + c + d + e$
$\overset{o}{7}$	$\overline{abcdef} = \overset{o}{7} + 2d + 3e + f - 2a - 3b - c$ $\underset{-}{2\ 3\ 1}\underset{+}{2\ 3\ 1}$
$\overline{\overset{o}{13}}$	$\overline{abcdefg} = \overline{\overset{o}{13}} + a + 3b + 4c - d - 3e - 4f + g$ $\underset{+}{1\ 3\ 4}\ \underset{-}{1\ 3\ 4}\ \underset{+}{1}$
$\overline{\overset{o}{11}}$	$\overline{abcdef} = \overline{\overset{o}{11}} + a - b + c - d + e - f$ $+\ -\ +\ -\ +\ -$
$\overline{\overset{o}{33}}$	$\overline{abcdef} = \overline{\overset{o}{33}} + \overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef}$
$\overline{\overset{o}{99}}$	$\overline{abcdef} = \overline{\overset{o}{99}} + \overline{ab} + \overline{cd} + \overline{ef}$
$\overline{\overset{o}{(n-1)}}$	$\overline{abcde}_n = \overline{\overset{o}{(n-1)}} + a + b + c + d + e$
$\overline{\overset{o}{(n+1)}}$	$\overline{abcde}_n = \overline{\overset{o}{(n+1)}} + a - b + c - d + e$ $+\ -\ +\ -\ +$

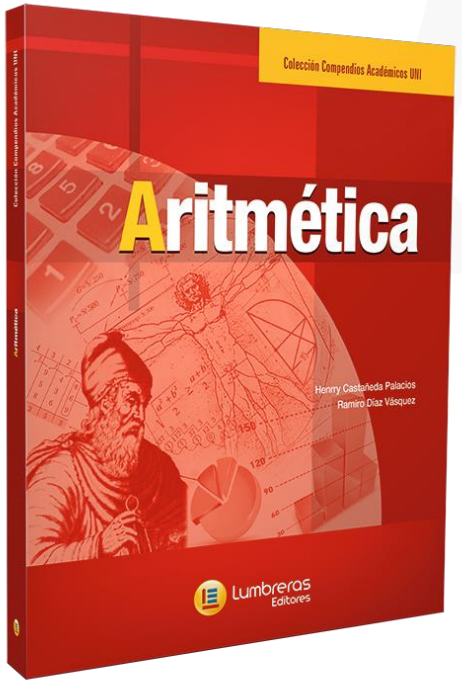
ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

COLECCIÓN CIENCIAS Y HUMANIDADES



- Indispensable para profundizar el conocimiento de la aritmética.
- Su estructura presenta objetivos, introducción en cada tema, teoría amplia y desarrollada con ejemplos y aplicaciones, preguntas resueltas y preguntas propuestas tipo examen de admisión.

COLECCIÓN COMPENDIOS ACADÉMICOS UNI



- Estos libros le ayudarán a consolidar sus conocimientos con los temas más frecuentes en exámenes de admisión.
- Su estructura presenta teoría resumida y didáctica, problemas propuestos y sección de claves.

ACADEMIA CÉSAR VALLEJO

ACADEMIA
CÉSAR
VALLEJO

GRACIAS

SÍGUENOS:

academiacesarvallejo.edu.pe